

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳	رشته : ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی :	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۳/۴	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
	نمره		

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

۱	عبارت های زیر را کامل کنید. الف) اگر ماتریس $\begin{bmatrix} r & m-1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ یک ماتریس همانی باشد حاصل $m+r$ برابر با است. ب) اگر در بیضی خروج از مرکز به عدد صفر نزدیک شود کشیدگی بیضی کمتر شده و بیضی به نزدیکتر می شود. پ) نقطه $A(1, -2)$ در دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ قرار دارد. ت) اگر سه بردار $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ در یک صفحه باشند آنگاه حجم متوازی السطوح بنا شده توسط سه بردار برابر است.	۱
۱/۵	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. سپس شکل صحیح عبارت نادرست را بنویسید. الف) اگر A یک ماتریس 3×3 و $ A = 5$ باشد آنگاه $ 2A = 40$ است. ب) اگر صفحه P به گونه ای باشد که هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور نباشد، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک هذلولی است. پ) در شکل روبرو اگر خط d در نقطه M بر بیضی مماس باشد، زاویه $\widehat{FMF'} = 50^\circ$ باشد آنگاه اندازه زاویه $\alpha = \beta = 60^\circ$ است. ت) برای دو بردار واحد $\vec{i}$ و $\vec{j}$ حاصل ضرب خارجی $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{0}$ است..	۲
۱	اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ مقادیر a و b را طوری به دست آورید که $A \times B$ ماتریس قطری باشد.	۳
۱/۲۵	ماتریس A مربعی مرتبه سه به صورت $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ که $a_{ij} = \begin{cases} i+j & i=j \\ j & i>j \\ 0 & i<j \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، الف) ماتریس A را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید. ب) دترمینان ماتریس B را محاسبه کنید.	۴
۱/۲۵	دستگاه $\begin{cases} 2x+y=4 \\ 7x+4y=15 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.	۵
۱/۵	نقاط A ، B و C در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از A و B به یک فاصله و از C به فاصله ۳ سانتی متر باشد (بحث کنید).	۶
۱	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن نقطه $O(1, -1)$ و بر خط $3x - 4y + 3 = 0$ مماس باشد.	۷
	ادامه سؤالات در صفحه دوم	

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۳/۴	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۸	در یک بیضی افقی به مرکز مبدا مختصات طول قطرها برابر ۱۰ و ۶ است، (الف) خروج از مرکز بیضی را بیابید (ب) مختصات کانون ها (F', F) ، مختصات دوسر قطر بزرگ (A', A) و دوسر قطر کوچک (B', B) را به دست آورید (پ) بیضی را روی محور مختصات رسم کنید.	۱/۵
۹	(الف) معادله متعارف و فاصله کانونی سهمی به معادله $y^2 - 2y - 8x + 9 = 0$ را بیابید. (ب) مختصات راس، کانون و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.	۱/۵
۱۰	در شکل روبرو سهمی با رأس A و کانون F و خط هادی d رسم شده است، از کانون F به نقطه دلخواه M روی سهمی وصل کرده و امتداد داده ایم تا خط d را در N قطع کند و از نقطه M ، MT را بر d عمود کرده ایم. ثابت کنید: $\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$	۱/۲۵
۱۱	شکل کلی (نمودار) مربوط به رابطه $x^2 \leq y \leq 2$ را رسم کنید.	۰/۵
۱۲	با توجه به شکل، به سوالات زیر پاسخ دهید. (الف) نام وجه از شکل که معادله آن به صورت زیر مشخص شده را بنویسید. $x = 2, 0 \leq y \leq 4, 0 \leq z \leq 3$ (ب) معادلات مربوط به پاره خط AD (یال) را بنویسید (پ) مختصات نقطه D را بنویسید. (ت) معادله صفحه ای را بنویسید که موازی با صفحه XOZ باشد و مکعب مستطیل را نصف کند.	۱/۵
۱۳	سه بردار $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} + \vec{k}$ و $\vec{c} = (0, 2, 1)$ در نظر بگیرید (الف) زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر با θ باشد $\cos \theta$ را بیابید. (ب) تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر $\vec{b} - \vec{c}$ را بدست آورید.	۱/۷۵
۱۴	دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ مفروض اند به طوری که $ \vec{a} = 6$ و $ \vec{b} = 4$ و زاویه بین آنها 30° درجه است مقدار عبارت $ \vec{a} \times \vec{b} $ را محاسبه کنید.	۱
۱۵	اگر $A = (2, -1, 3)$ و $B = (3, 1, 4)$ و $C = (-1, 1, 0)$ سه رأس مثلث ABC باشند، مساحت مثلث ABC را با استفاده از ضرب خارجی بردارها به دست آورید.	۱/۵
۱۶	برای دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ثابت کنید دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برهم عمودند اگر و فقط اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.	۱
	موفق و سربلند باشید	جمع نمره
		۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۰۴			
دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
ردیف		راهنمای تصحیح					نمره
۱		الف) دو (۰/۲۵) ص ۱۲ (ب) دایره (۰/۲۵) ص ۴۹ (پ) داخل (۰/۲۵) ص ۴۶ (ت) صفر (۰/۲۵) ص ۸۴					۱
۲		الف) درست (۰/۲۵) ص ۳۱ (ب) درست (۰/۲۵) ص ۳۵ (پ) نا درست (۰/۲۵) ، $\alpha = \beta = 65^\circ$ (۰/۲۵) ص ۵۰ (ت) نادرست (۰/۲۵) ، $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$ (۰/۲۵) ص ۷۹					۱/۵
۳		$A \times B = \underbrace{\begin{bmatrix} 4+3a & -8+2a \\ b-3 & -2b-2 \end{bmatrix}}_{(۰/۵)} \Rightarrow \begin{cases} 2a-8=0 \\ b-3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=4 (۰/۲۵) \\ b=3 (۰/۲۵) \end{cases}$ ص ۲۱					۱
۴		الف) ص ۲۸ و ۲۱ ب) $ B =39$ (۰/۷۵)					۱/۲۵
۵		$\underbrace{X = A^{-1} \times B}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{\underbrace{\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & -7 \end{bmatrix}}_{(۰/۵)}} \times \begin{bmatrix} 4 \\ 15 \end{bmatrix}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}}_{(۰/۲۵)} \quad x=1, y=2$ ص ۲۴					۱/۲۵
۶		مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله اند، عمود منصف پاره خط AB است. (۰/۲۵) و مکان هندسی نقاطی که از نقطه C به فاصله ۳ واحد باشد، دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۳ است. (۰/۲۵) بنابراین نقطه برخورد خط عمود منصف (d) و دایره جواب مسئله است. (نقاط E و D) الف) اگر خط عمود منصف (d) و دایره یکدیگر را در دو نقطه قطع کنند مسئله دو جواب دارد (۰/۲۵). ب) اگر مماس شوند مسئله یک جواب دارد (۰/۲۵). پ) در صورتی که یکدیگر را قطع نکنند مسئله جواب ندارد (۰/۲۵). رسم شکل (۰/۲۵)					۱/۵
۷		ص ۴۳ $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$ (۰/۵) $d = \frac{ 3(1) - 4(-1) + 3 }{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{10}{5} = 2$ (۰/۵)					۱
« ادامه در صفحه دوم »							

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۴			
دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
ردیف		راهنمای تصحیح				نمره	
۸		الف) $\begin{cases} 2a = 10 \longrightarrow a = 5 \\ 2b = 6 \longrightarrow b = 3 \end{cases} \longrightarrow a^2 = b^2 + c^2 \longrightarrow c = 4 \quad (0/25) \quad \frac{c}{a} = \frac{4}{5} (0/25)$ ب) $A(5,0), A'(-5,0) \quad (0/25) \quad F(4,0), F'(-4,0) \quad (0/25) \quad B(0,3), B'(0,-3) \quad (0/25)$ پ) رسم بیضی (۰/۲۵) اگر مختصات رئوس و کانونها را روی محور نشان دهد و رسم انجام شود نمره کامل لحاظ شود.				۱/۵	
۹		الف) معادله متعارف سهمی $(y-1)^2 = 8(x-1) \quad (0/5)$ و فاصله کانونی $a = 2 \quad (0/25)$ ب) راس سهمی $(1,1) \quad (0/25)$ معادله خط هادی $x = -1 \quad (0/25)$ و مختصات کانون آن $(3,1) \quad (0/25)$				۱/۵	
۱۰		روش اول: بنا به تعریف سهمی $MF = MT$ مثلث MFT متساوی الساقین است. $M\hat{T}F = T\hat{F}M \quad (0/25)$ (۱) از طرفی بنا به خطوط موازی $FH \parallel MT$ و مورب FT نتیجه می شود $M\hat{T}F = T\hat{F}H \quad (0/25)$ (۲) از (۱) و (۲) نتیجه می شود TF نیمساز است. بنا به قضیه نیمساز در مثلث FHN داریم: $\frac{NF}{FH} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{FH=2FA} \frac{NF}{2FA} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{\times 2} \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH} \quad (0/25)$ روش دوم: $FH \parallel MT$ با توجه به قضیه تالس در مثلث NHF: $\left. \begin{array}{l} \frac{NM}{MF} = \frac{NT}{TH} \\ \frac{MT}{FH} = \frac{NM}{NF} \end{array} \right\} \xrightarrow{MT=MF \quad (0/25)} \left. \frac{NF}{FH} = \frac{NM}{MF} \right\} \xrightarrow{FH=2FA \quad (0/25)} \frac{NF}{2FA} = \frac{NT}{TH}$ $\xrightarrow{\times 2} \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH} \quad (0/25)$				۱/۲۵	
۱۱		رسم نمودار (۰/۵)				۰/۵	
		« ادامه در صفحه سوم »					

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۴			
دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
ردیف		راهنمای تصحیح					نمره
۱۲	$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 2 \\ y = 4 \\ z = 3 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{الف) CDFG (۰/۲۵)} \\ \text{ب) (۰/۵)} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{پ) } D(2, 4, 3) \text{ (۰/۲۵)} \\ \text{ت) } y = 2 \text{ (۰/۵)} \end{array} \right. \quad \text{ص ۶۸}$						۱/۵
۱۳	$\vec{a} = (2, 3, -1), \vec{b} = (1, 0, 1)$ $\underbrace{\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta}_{(۰/۲۵)} \longrightarrow \underbrace{1 = \sqrt{14} \sqrt{2} \cos \theta}_{(۰/۵)} \longrightarrow \underbrace{\cos \theta = \frac{1}{2\sqrt{7}}}_{(۰/۲۵)} \quad \text{ص ۷۸ (الف)}$ $\vec{d} = \vec{b} - \vec{c} = (1, -2, 0) \quad \text{ص ۷۹ (ب)}$ $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{d}}{ \vec{d} ^2} \vec{d} = \frac{-4}{5} (1, -2, 0)$						۱/۷۵
۱۴	$ \vec{a} \times \vec{b} = \underbrace{ \vec{a} \vec{b} \sin 30^\circ}_{(۰/۵)} = \underbrace{2(6)(4)\left(\frac{1}{2}\right)}_{(۰/۲۵)} = 24 \quad \text{ص ۸۱}$						۱
۱۵	$\vec{AB} = (1, 2, 1), \vec{AC} = (-3, 2, -3) \quad (۰/۵)$ $\vec{AB} \times \vec{AC} = (-8, 0, 8) \quad (۰/۵) \quad S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \vec{AB} \times \vec{AC} = 4\sqrt{2} \quad (۰/۵) \quad \text{ص ۸۴}$						۱/۵
۱۶	$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \longleftrightarrow \underbrace{ \vec{a} \vec{b} \cos \theta = 0}_{(۰/۲۵)} \xrightarrow{ \vec{a} \neq 0, \vec{b} \neq 0 \text{ (۰/۲۵)}} \underbrace{\cos \theta = 0}_{(۰/۲۵)} \longleftrightarrow \theta = \frac{\pi}{2} \quad \text{ص ۷۹}$						۱
"مصحح گرامی، به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود"							
۲۰							